

## Sperimentazione di tecniche di misura del coefficiente globale di scambio termico in edifici storici.

### *Modelli matematici per il transitorio*

Lo studio delle tecniche di misura prevede anche quella dello studio del transitorio di riscaldamento dell'edificio. A questo proposito si ritiene opportuno analizzare come può essere modellizzata la fase di riscaldamento, usando differenti approssimazioni.

### *Corpo omogeneo riscaldato dall'interno*

Un corpo omogeneo è caratterizzato da una capacità termica  $C$  e da una resistenza termica  $R$  di scambio con l'esterno. Si assume, in prima approssimazione, che la temperatura interna del corpo sia omogenea. La fase iniziale di riscaldamento incrementerà la differenza di temperatura tra interno ed esterno e, simultaneamente all'aumentare di temperatura, inizierà lo scambio termico con l'esterno. Un processo di questo tipo, noto in letteratura, è descritto dalla seguente relazione:

$$\Delta T = P \cdot R \cdot (1 - e^{-t/R \cdot C}) \text{ [K]}$$

Il prodotto  $R \cdot C$  è noto anche come *costante termica del sistema*. Per  $t$  (tempo) che tende all'infinito si ottiene la precedente relazione all'equilibrio termico:

$$\Delta T = P \cdot R \cdot (1 - e^{-t/R \cdot C}) \text{ con } t \rightarrow \infty \rightarrow \Delta T = P \cdot R$$

La fase di raffreddamento sarà caratterizzata dalla relazione:

$$\Delta T = \Delta T_{\text{iniziale}} \cdot e^{-t/R \cdot C}$$

È importante evidenziare che la fase di riscaldamento contiene il prodotto  $RC$  e non  $R$  singolarmente, come vedremo meglio nell'elaborazione dati, pertanto questa fase non è utile per la misura del coefficiente di scambio termico. Non conoscendo il valore di  $C$  a priori non possiamo ricavare  $R$ .

### *Involucro non omogeneo*

Un edificio non è un corpo omogeneo, in quanto è costituito da un involucro, caratterizzato da una propria capacità termica, e da un volume interno di aria, che presenta una diversa capacità termica. Inoltre in un edificio il contributo alla resistenza termica deriva da diverse accoppiamenti di materiale:

- resistenza termica di convezione fra la fonte di calore e l'aria interna;
- resistenza termica di convezione fra aria interna e muri;
- resistenza termica del solo involucro;
- resistenza termica di convezione fra muri ed ambiente esterno.

Nella valutazione dello scambio termico globale, tutti questi contributi sono mescolati a caratterizzare la resistenza globale di scambio termico, parametro dal quale è possibile estrarre il coefficiente di scambio termico globale.

Assumiamo, quindi, di poter modellizzare l'edificio come un sistema costituito da:

- una capacità termica del volume di aria ( $C_{\text{Aria}}$ ) e una corrispondente costante di tempo  $R \cdot C$ ;

- una capacità termica dell'involucro ( $C_{\text{Muri}}$ ) e una corrispondente costante di tempo  $R''C''$ ;

Il transitorio di riscaldamento di un sistema di questo tipo può quindi essere modellizzato con una doppia funzione esponenziale:

$$\Delta T = P \cdot R + A \cdot e^{-t/R''C''} + B \cdot e^{-t/R''C''}$$

Anche in questo caso, all'equilibrio termico ritroviamo la stessa relazione. Le singole costanti di tempo saranno funzioni di tutte le capacità termiche e delle resistenze termiche che caratterizzano il sistema in questione.

Con un transitorio di questo tipo, l'esponenziale con la costante di tempo più piccola contribuisce maggiormente nella fase iniziale, quindi nella fase di riscaldamento dell'aria, mentre l'altra esponenziale contribuisce maggiormente a tempi più grandi quando diventa importante il riscaldamento dei muri.

I risultati sperimentali, come vedremo, **sembrano indicare** che per essere in grado di distinguere le due esponenziali si deve avere un rapporto:

$$C_{\text{muri}} / C_{\text{aria}} > 10^3$$

Per capacità termica più simili, entro quindi due ordini di grandezza, le due esponenziali sono talmente "simili" da non essere distinguibili.

É importante mettere in evidenza che si può sempre associare al modello termico un equivalente circuito elettrico secondo il seguente schema:

- capacità termica → capacità elettrica
- resistenza termica → resistenza elettrica
- $\Delta T$  →  $\Delta V$  (differenza di temperatura → differenza di potenziale elettrico)
- $P$  →  $I$  (potenza fornita, quindi flusso di calore → corrente elettrica)

Le espressioni *singola esponenziale* e *doppia esponenziale*, viste sopra, sono le soluzioni delle equazioni differenziali associate ai transienti dei circuiti elettrici equivalenti.

É interessante, inoltre, valutare la risposta del circuito elettrico equivalente in termini di sviluppo in serie di Fourier in particolari condizioni che vedremo nel test della curva di inseguimento. L'argomento sarà trattato nel momento in cui si descriverà il test, in quanto necessita di particolare approfondimento.